

# Ứng dụng phương pháp Runge-Kutta diễn toán lũ qua hồ chứa Cửa Đạt trên sông Chu

Nguyễn Đức Hạnh\*, Hoàng Thị Lê Nhung

*Khoa Khí tượng Thủy văn và Hải dương học, Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQGHN  
334 Nguyễn Trãi, Thanh Xuân, Hà Nội*

Nhận ngày 29 tháng 4 năm 2011

**Tóm tắt.** Diễn toán lũ qua hồ chứa sẽ cho ta biết được diễn biến mực nước lũ trong hồ, trên cơ sở đó có thể đánh giá phục vụ cho bài toán thiết kế cũng như vận hành các công trình hồ chứa phòng chống lũ. Diễn toán dòng chảy lũ qua đập tràn của hồ chứa dựa trên phương pháp thủy văn để tính toán cân bằng nước trong hồ chứa và phương pháp thủy lực để mô phỏng dòng chảy lũ qua đập tràn. Các phương pháp cổ điển dùng để diễn toán lũ qua hồ chứa như phương pháp lặp trực tiếp, phương pháp Potapop [1, 2]. Bài báo này đã ứng dụng phương pháp Runge – Kutta để giải bài toán diễn toán lũ qua hồ chứa, thiết lập chương trình tính toán và chạy thử nghiệm chương trình đối với hồ chứa Cửa Đạt trên sông Chu.

*Từ khóa:* Diễn toán lũ hồ chứa, hồ Cửa Đạt, phương pháp Runge-Kutta

## 1. Đặt vấn đề

Lũ lụt là một trong những hiện tượng thiên nhiên ảnh hưởng sâu sắc đến đời sống kinh tế xã hội. Hàng năm, ở nước ta, ước tính các trận lũ đã cướp đi sinh mạng của rất nhiều người và gây thiệt hại hàng trăm tỷ đồng.

Về bản chất, lũ là do nước sông dâng cao. Khi nước sông dâng lên vượt qua khỏi bờ, chảy tràn vào các vùng trũng và gây ra ngập trên một diện rộng trong khoảng thời gian nào đó gọi là ngập lụt.

Chính vì những ảnh hưởng nghiêm trọng của lũ lụt mà công tác phòng chống lũ lụt đã được chú ý từ lâu. Hai nhóm biện pháp phòng

chống lũ chính đó là nhóm các biện pháp công trình và nhóm các biện pháp phi công trình. Thông thường, để phòng lũ cho một lãnh thổ rộng lớn, các biện pháp cần được kết hợp một cách hữu cơ. Tuy nhiên những công trình phòng lũ thụ động (như chỉnh trị sông, đắp đê...) đều thuộc loại công trình không điều khiển được (bị động). Như vậy toàn bộ động thái, hành vi của hệ thống công trình phòng lũ cũng như kết quả của nó mang lại đều phụ thuộc chủ yếu vào mục tiêu và chiến lược điều khiển các công trình phòng lũ tích cực, trong đó, do khả năng điều tiết lớn lao của mình, các hồ chứa là các đối tượng điều khiển chính. Các hồ chứa được hình thành bằng cách xây dựng các đập ngăn sông, tạo ra một hồ chứa nước tại vùng thượng lưu đập. Các hồ chứa và các công trình đi kèm

\* Tác giả liên hệ. ĐT: 84-4-38584943.  
E-mail: hanhd@vnu.edu.vn

với nó thường có nhiều mục tiêu và nhiệm vụ khác nhau. Các mục tiêu quan trọng là chống lũ, phát điện, cấp nước... Ngoài việc cung cấp nước cho các nhà máy thủy điện, với hệ thống các công trình điều khiển lượng nước xả qua đập xuống hạ lưu, hồ chứa có thể giữ lại một phần lượng nước lũ và xả xuống hạ lưu một lượng nước nhất định. Điều đó tạo nên khả năng chống lũ cho các hồ chứa.

Để thiết kế, xây dựng cũng như vận hành tốt nhất một công trình hồ chứa phục vụ cho công tác phòng chống lũ thì ta cần phải diễn toán quá trình lũ khi qua hồ chứa. Hiện nay có nhiều phương pháp khác nhau được dùng để diễn toán lũ qua hồ chứa như phương pháp lặp đúng dần, phương pháp Potapop, phương pháp Runge – Kutta,... Trong số các phương pháp đó, phương pháp Runge - Kutta tỏ ra có ưu điểm hơn các phương pháp khác. Tuy nhiên trong phương pháp Runge – Kutta cũng có rất nhiều sơ đồ tính toán khác nhau. Bài báo này chỉ ứng dụng hai sơ đồ tính toán theo phương pháp Runge – Kutta bậc 3 để thiết lập chương trình diễn toán lũ qua hồ chứa, và chạy thử nghiệm chương trình đối với hồ chứa Cửa Đạt trên sông Chu.

**2. Diễn toán lũ qua hồ chứa**

*2.1. Bài toán*

Bài toán diễn toán lũ qua hồ chứa phụ thuộc vào lũ đến hồ, trạng thái mực nước hồ trước khi xảy ra lũ và sự làm việc của hệ thống cửa tràn xả lũ. Các sự cố về cửa tràn xả lũ như hoạt động đóng mở gây kẹt cửa, thời gian mở khi xảy ra lũ lớn không được dự tính trước đều là những nguyên nhân có thể làm ảnh hưởng đến sự an toàn của công trình. Hệ phương trình tính toán điều tiết lũ qua hồ chứa là:

$$\left\{ \begin{matrix} - & - & \frac{1}{2} & + & - & = & - & - \end{matrix} \right. \quad (1)$$

Giải hệ phương trình trên tại các thời điểm khác nhau ta xác định được quá trình lưu lượng xả qua đập tràn (q ~ t) với lưu lượng xả lớn nhất q<sub>max</sub>, quá trình mực nước trong hồ Z<sub>h</sub> ~ t.

+ Lưu lượng xả mặt:

$$q = m.B\sqrt{2gh^3} \quad (2)$$

Trong đó: m là hệ số lưu lượng; B là bề rộng cửa xả mặt; h là chiều cao cột nước từ cao trình ngưỡng tràn đến mặt nước hồ.

+ Lưu lượng xả ngầm:

$$q = m\varepsilon\omega \quad (3)$$

Trong đó: m: hệ số lưu lượng

ε: hệ số co hẹp bên

ω: diện tích mặt cắt ngang cống ngầm

h: chiều cao cột nước từ tâm cống ngầm đến mặt nước hồ.

*2.2. Phương pháp Runge – Kutta*

a) Phương pháp Runge Kutta tổng quát [3,4]:

Phương pháp Runge Kutta là phương pháp số dùng để giải phương trình vi phân thường:

$$\frac{dy}{dt} = \quad (4)$$

Họ các phương pháp Runge – Kutta tổng quát có dạng:

$$y_{n+1} = y_n + \sum_{i=1}^s k_i \quad (5)$$

$$h = t_{n+1} - t_n$$

$$k_1 = f(x_n, y_n)$$

$$k_2 = f(x_n + c_2h, y_n + a_{21}hk_1)$$

$$k_3 = f(x_n + c_3h, y_n + a_{31}hk_1 + a_{32}hk_2)$$

.....

$$k_s = f(x_n + c_s h, y_n + a_{s1}hk_1 + a_{s2}hk_2 + \dots + a_{s,s-1}hk_{s-1})$$

Các hệ số của các phương pháp này được đặt trong các bảng (bảng Butcher) như sau:

$c_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	...	$a_{1s}$
$c_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	...	$a_{2s}$
...	...	...	...	...
$c_s$	$a_{s1}$	$a_{s2}$	...	$a_{ss}$
	$b_1$	$b_2$	...	$b_s$

Ví dụ phương pháp Euler tiến chính là phương pháp Runge – Kutta bậc 1 được cho bởi bảng:

0	0
1	0

Phương pháp Runge – Kutta bậc ba được cho bởi bảng sau:

0	0	0	0
1/2	1/2	0	0
1	-1	2	0
	1/6	2/3	1/6

$$y_{n+1} = y_n + \frac{\Delta t}{6} (k_1 + 4k_2 + k_3)$$

Phương pháp Runge – Kutta bậc bốn (là phương pháp Runge – Kutta gốc) được cho bởi bảng sau:

0	0	0	0	0
1/2	1/2	0	0	0
1/2	0	1/2	0	0
1	0	0	1	0
	1/6	1/3	1/3	1/6

$$y_{n+1} = y_n + \frac{\Delta t}{6} (k_1 + k_2 + k_3 + k_4)$$

b) Ứng dụng phương pháp Runge – Kutta diễn toán lũ qua hồ chứa

Bài toán diễn toán lũ qua hồ chứa sử dụng phương pháp Runge – Kutta bậc ba và dựa trên cơ sở phương trình liên tục viết dưới dạng vi phân:

$$\frac{dV}{dt} = I - O \tag{6}$$

Trong kho nước vì  $Z = f(t)$  do đó  $q = f(Z)$  và  $dV = F(Z).dZ$

Do vậy phương trình (6) có thể viết về dạng:

$$\frac{dz}{dt} = F(z) \tag{7}$$

Nội dung của phương pháp này như sau:

1) Chọn bước thời gian tính toán  $\Delta t$  và chia ra ba thời đoạn nhỏ, từ đó tính được các trị số xấp xỉ của sự thay đổi cột nước  $\Delta Z$ .

2) Các trị số xấp xỉ  $\Delta Z_1, \Delta Z_2, \Delta Z_3$  được xác định cho mỗi bước thời gian  $\Delta t_i$  theo các công thức:

$$\Delta Z_1 = \Delta t F(Z_i)$$

$$\Delta Z_2 = \Delta t \left[ F\left(t_i + \frac{\Delta t}{2}, Z_i + \frac{\Delta Z_1}{2}\right) + F\left(t_i, Z_i\right) \right]$$

$$\Delta Z_3 = \Delta t \left[ F\left(t_i + \Delta t, Z_i + \Delta Z_2\right) + F\left(t_i + \frac{\Delta t}{2}, Z_i + \frac{\Delta Z_1}{2}\right) + F\left(t_i, Z_i\right) \right]$$

3) Tính trị số  $\Delta Z$  và  $Z_{i+1}$  theo công thức sau:

$$\Delta Z = \frac{\Delta Z_1}{4} + \frac{\Delta Z_2}{4} \tag{8}$$

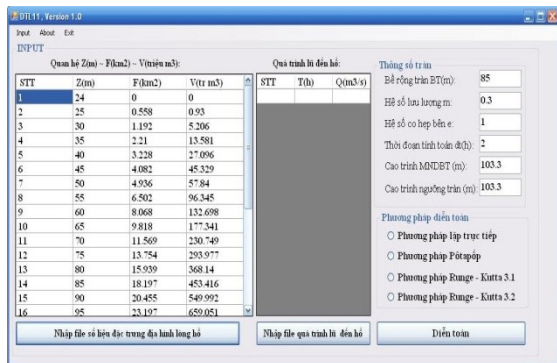
Hoặc 
$$\Delta Z = \frac{\Delta Z_1 + \Delta Z_2 + \Delta Z_3}{6} \tag{9}$$

$$Z_{i+1} = Z_i + \Delta Z \tag{10}$$

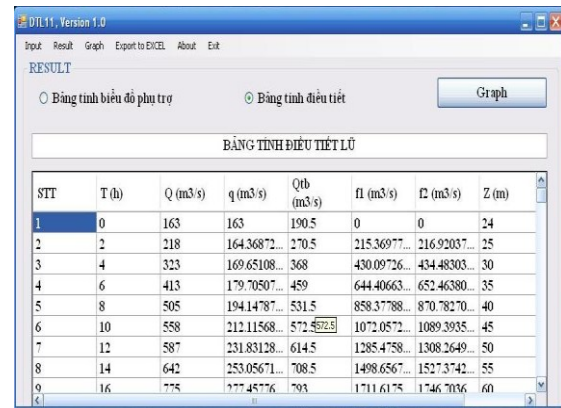
4) Với  $Z_{i+1}$  chúng ta sẽ tính được  $q_{i+1}$  theo công thức thủy lực hoặc theo quan hệ  $q = f(Z)$  và các bước thời gian tiếp theo được lặp lại từ bước 2.

2.3. Phần mềm tính toán

Để thực hiện tính toán điều tiết lũ qua hồ chứa theo phương pháp Runge – Kutta bậc 3 chúng tôi đã xây dựng phần mềm tính toán bằng ngôn ngữ lập trình Visual Basic.Net với các giao diện hợp lý, thuận tiện cho việc tính toán ứng dụng. Phần mềm có chức năng nhập các số liệu đầu vào, xử lý số liệu đầu vào, tính toán cho ra kết quả quá trình lưu lượng xả ( $q \sim t$ ) và biểu đồ vẽ các đường quá trình lưu lượng. Giao diện nhập số liệu đầu vào của chương trình như trong hình 1. Sau khi diễn toán cho ra kết quả đầu ra trong giao diện như trong hình 2.



Hình 1. Giao diện nhập số liệu đầu vào của chương trình.



Hình 2. Giao diện kết quả tính toán của chương trình.

2.4. Tính toán cho hồ chứa Cửa Đạt

a) Số liệu [5]

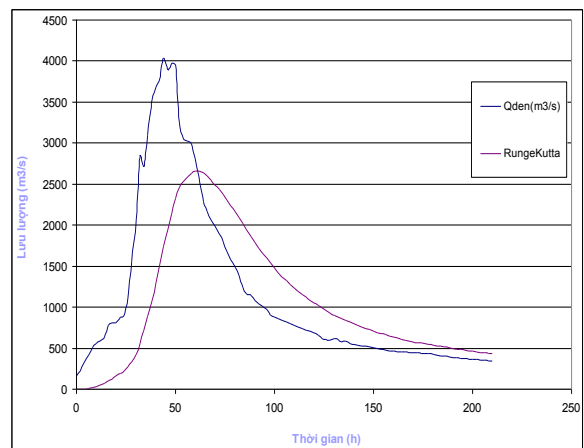
Số liệu dùng để tính toán cho hồ Cửa Đạt lấy từ trận lũ năm 1988 tại trạm thủy văn Cửa Đạt trên sông Chu.

Các thông số của hồ Cửa Đạt:

- Công trình xả lũ: đập tràn chảy tự do
- Hệ số lưu lượng: 0.3
- Chiều rộng ngưỡng tràn: B = 85 m (5 x 17m)
- Mức nước dâng bình thường: 113.30 m
- Diện tích mặt nước hồ (ứng với mức nước dâng bình thường): 32.90 km<sup>2</sup>
- Mức nước trước lũ là 103.3 m
- Dung tích hữu ích: 1070.80 x 10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>

b) Kết quả tính toán

Sau khi nhập các số liệu đầu vào của hồ Cửa Đạt vào chương trình và cho chạy chương trình, kết quả thu được là đường quá trình xả lũ theo thời gian. So sánh kết quả này với các kết quả diễn toán lũ đối với hồ chứa Cửa Đạt bằng phương pháp lặp đúng dần và phương pháp Potapop có thể thấy rằng các kết quả này hoàn toàn tương đồng nhau.



Hình 3. Kết quả diễn toán lũ hồ chứa Cửa Đạt bằng phương pháp Runge – Kutta.

### 3. Nhận xét

Qua nghiên cứu tìm hiểu về việc diễn toán lũ bằng phương pháp Runge – Kutta và tính toán thử nghiệm cho hồ chứa Cửa Đạt trên sông Chu ta có thể rút ra một số nhận xét như sau:

- Phương pháp Runge – Kutta khá thích hợp đối với bài toán diễn toán lũ hồ chứa, với tính ổn định và độ chính xác cao, kích thước các bước thời gian linh hoạt, có khả năng mô phỏng lại thực tế quá trình vận hành các công trình xả lũ.

- Diễn toán bằng phương pháp Runge–Kutta bậc ba theo hai sơ đồ khác nhau (công thức (8) và (9)) cho kết quả sai khác nhau không đáng kể.

### Tài liệu tham khảo

- [1] Hà Văn Khôi, Giáo trình *Quy hoạch và quản lý nguồn nước*. Tài liệu dùng cho giảng dạy cao học, 2003.
- [2] Nguyễn Văn Tuấn, Trịnh Quang Hòa, Nguyễn Hữu Khải, *Tính toán thủy lợi*, NXB ĐHQGHN, 2001.
- [3] Xu Guang Li, Ben De Wang, *Runge – Kutta – Fehlberg – Reverse Adaptive Solution to Rout Reservoir Flood*, Third International Conference on Natural Computation (ICNC 2007).
- [4] Website:  
<http://www.math.ksu.edu/math240/math240.f10/book/chap1/xcl.php>  
[http://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_Runge%E2%80%99s\\_methods#Kutta.27s\\_third-order\\_method](http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_Runge%E2%80%99s_methods#Kutta.27s_third-order_method)  
<http://www.ee.nthu.edu.tw/bschen/files/c16-1.pdf>
- [5] Đinh Xuân Tứ, *Thuyết minh chung NCKT hồ chứa nước Cửa Đạt, tỉnh Thanh Hóa*, Cty Tư vấn xây dựng Thủy lợi I, 2001.

## Applying Runge – Kutta method in Cua Dat reservoir on Chu river flood routing problems

Nguyen Duc Hanh, Hoang Thi Le Nhung

*Faculty of Hydro-Meteorology & Oceanography, Hanoi University of Science, VNU,  
334 Nguyen Trai, Hanoi, Vietnam*

Reservoir flood routing is calculating reservoir water level progress. This result can be used for design or operation problems of reservoir projects. Reservoir flood routing base on hydrology methods to calculate water balance of the reservoir and hydraulic methods to simulate flood flows through spillway. Some traditional methods in routing reservoir flood are Potapop method and trial-and-error method. In this paper, Runge –Kutta method is applied for solving reservoir flood routing problems and a program is developed for calculations. This program is tested with calculating for Cua Dat reservoir on Chu river.

*Keywords:* Runge – Kutta methods, Cua Dat reservoir, reservoir flood routing.